

TAPIS PEMBENTUK DALAM PENGOLAHAN ISYARAT DIGITAL

Oleh : Ir. Wahyu Dewanto *)

INTISARI

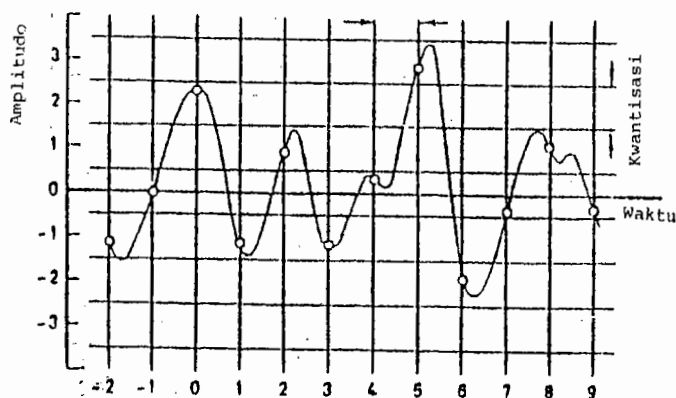
Tapis Pembentuk ("Shaping Filter") merupakan tapis yang digunakan untuk proses manipulasi gelombang isyarat. Secara khusus tapis ini juga dapat digunakan untuk proses penghalusan ("Smoothing") maupun proses perbaikan ("Enhancement") gelombang isyarat. Tapis ini dapat dibuat baik dalam kawasan frekwensi maupun dalam kawasan waktu. Dalam kawasan frekwensi, tapis ini sudah banyak dikenal seperti tapis pelewat bidang, tapis pelewat tinggi dan sebagainya. Oleh karena itu, tapis pembentuk yang disajikan merupakan tapis yang dibuat dalam kawasan waktu, khususnya untuk saluran tunggal.

Penentuan koefisien tapis yang dicari banyak berkaitan dengan teknik-teknik konvolusi, rekursi, autokorelasi, korelasi silang, perkalian matriks dan sebagainya.

PENDAHULUAN

Era teknologi yang berkembang pesat dewasa ini mengajak manusia mendalami pengetahuannya tentang alam semesta ini. Untuk itu diperlukan data-data hasil pengamatan yang akurat, sehingga pengolahan data tersebut akan memberikan hasil yang baik. Sebagai contoh, isyarat gambar yang diterima dari pesawat penjelajah ruang angkasa oleh stasiun di bumi. Isyarat yang mengandung informasi ini harus diolah untuk mendapatkan gambar obyek sebaik mungkin. Oleh karena itu penggunaan berbagai macam tapis akan sangat banyak membantu mendapatkan citra atau gambar tersebut.

Dalam kawasan waktu, data-data diskrit yang runtun waktu tersebut mempunyai nilai informasi yang amat penting. Waktu, mengandung informasi mengenai "jarak" obyek dan besarnya nilai data mengandung informasi mengenai "kekuatan" obyek tersebut. Sebagai contoh, isyarat analog pada gambar 1 berikut ini :



Gambar 1. Isyarat analog dengan informasi "jarak" dan "kekuatan" isyarat.

Dari Gambar 1 tersebut diperoleh urutan data saluran tunggal sebagai berikut :

amplitudo : , -1, 0, 2, -1, 1, -1, 0, -3, -2, 0, 1, 0 . . .
waktu : , -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, . . .

Baik amplitudo maupun waktu dalam contoh tersebut adalah diskrit. Jelas terlihat bahwa terdapat minimal dua

langkah untuk mendapatkan data diskrit dari isyarat analognya. Langkah pertama adalah membagi sumbu horizontal menjadi titik-titik waktu dengan selang yang sama t . Langkah kedua adalah langkah mengkwantisasi amplitudo isyarat analog pada titik-titik waktu diskritnya. Proses yang terjadi pada isyarat analog tersebut adalah pencuplikan ("Sampling") dengan periode t . Data diskrit tersebut akan dimanipulasi dengan tapis hingga diperoleh isyarat yang diinginkan.

Naskah ini dimaksudkan agar pembaca memahami sedikit banyak tentang teknik manipulasi gelombang isyarat ("Signal Processing"). Sebab dalam dekade terakhir ini, teknik pengolahan isyarat semakin berperan penting dalam berbagai aspek kehidupan manusia.

PENENTUAN TAPIS PEMBENTUK

Pada contoh di depan data diskrit yang diperoleh dari pencuplikan isyarat analog dapat dituliskan dalam bentuk alih ragam Z berikut :

$$\dots -Z^{-2} + 2 - 1Z + Z^2 - Z^3 - 3Z^5 - 2Z^6 + Z^6 + \dots$$

dengan panjang tak terbatas. Koefisien polinomial menunjukkan besarnya/"kekuatan" nilai data dan pangkat dari Z menunjukkan waktu pengambilan koefisien data. Isyarat

dengan panjang yang tak terbatas akan mempunyai energi yang tak terbatas pula atau dikatakan tidak stabil.

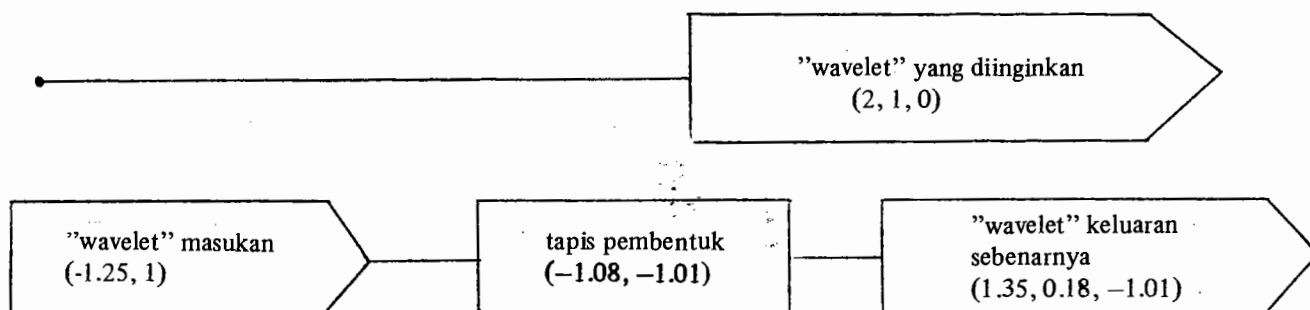
Dalam analisis yang akan ditinjau, isyarat yang digunakan memenuhi dua sifat, yaitu :

1. *Sifat satu sisi*, yaitu isyarat sebelum waktu $t=0$ bernilai nol.
2. *Sifat stabilitas*, yaitu energi isyaratnya terbatas;

$$E = \sum_{t=0}^m a_t^2$$

Isyarat dengan batasan dua sifat tersebut dinamakan "wavelet". "Wavelet" yang diterima ("wavelet" masukan) kemudian ditapis sehingga diperoleh "wavelet" keluaran sedekat mungkin dengan wavelet keluaran yang diinginkan. Oleh karena itu diperlukan tapis pembentuk untuk mengalihragamkan isyarat masukan diskrit ke isyarat keluaran diskrit pula. Tentu saja tapis pembentuk tersebut juga berbentuk diskrit dan terbatas pula panjangnya. Problema yang timbul adalah bagaimana koefisien tapis pembentuk tersebut ditentukan sehingga galat yang terjadi antara "wavelet" yang diinginkan ("desired wavelet") dan "wavelet" keluaran yang sebenarnya ("actual wavelet") minimum.

Perhatikan gambar 2 berikut ini :



Gambar 2. Diagram pengolahan isyarat dengan tapis Pembentuk.

Misal "wavelet" masukan adalah $(b_0, b_1, b_2, \dots, b_n)$ dan wavelet keluaran yang diinginkan adalah $(d_0, d_1, d_2, \dots, d_k)$. Koefisien tapis pembentuk $(f_0, f_1, f_2, \dots, f_m)$ harus ditentukan sehingga "wavelet" keluaran yang sebenarnya, yaitu $(C_0, C_1, C_2, \dots, C_{m+n})$ sedekat mungkin dengan "wavelet" keluaran yang diinginkan. "Wavelet" keluaran yang sebenarnya adalah hasil konvolusi antara "wavelet" masukan dan koefisien tapis pembentuknya.

Berdasarkan prinsip kwadrat terkecil ("least squares"), koefisien tapis pembentuk tersebut harus ditentukan hingga jumlah galat terkwadratnya:

$$I = \sum_{t=0}^{\infty} (d_t - c_t)^2$$

minimum.

"Wavelet" keluaran yang sebenarnya dapat dituliskan :

$$\begin{cases} C_t = \sum_{s=0}^m f_s b_{t-s} & \text{untuk } t = 0, 1, 2, \dots, m+n \\ C_t = 0 & \text{untuk } t = m+n+1, m+n+2, \dots \end{cases}$$

Galat terkwadratnya menjadi :

$$I = \sum_{t=0}^{m+n} (d_t - \sum_{s=0}^m f_s b_{t-s})^2 + \sum_{t=m+n+1}^{\infty} d_t^2$$

Agar galat tersebut minimum, maka derivatif parsial yang dilakukan untuk I terhadap f_j ($j=0, 1, 2, \dots, m$) harus nol.

Penentuan koefisien tapis pembentuk diperoleh dari penyelesaian persamaan berikut :

$$\sum_{m=0}^m f_s \left(\sum_{t=0}^{m+n} b_{t-s} b_{t-j} \right) = \sum_{t=0}^{m+n} d_t b_{t-j}$$

Tampak bahwa persamaan tersebut berbentuk persamaan simultan $f \cdot R = g$, di mana R merupakan matriks autokorelasi dari wavelet masukan dan g adalah hasil korelasi silang antara wavelet keluaran yang diinginkan dengan wavelet masukannya.

Matriks R ini dinamakan *Toeplitz* yang berbentuk :

$$R = \begin{bmatrix} r_0 & r_1 & \dots & \dots & r_m \\ r_{-1} & r_0 & \dots & \dots & r_{m-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{-m} & r_{-m+1} & \dots & \dots & r_0 \end{bmatrix}$$

di mana $r_j = r_{-j}$ untuk $j = 0, 1, 2, \dots, m$

Penyelesaian persamaan simultan tersebut dilakukan dengan metode rekursi, dan memberikan nilai koefisien tapis yang diperlukan dengan galat terkwadrat minimum.

$$I_{\min} = \sum_{t=0}^k d_t^2 - \sum_{B=0}^m f = 9 =$$

Atau galat terkwadrat rata-ratanya adalah :

$$ASE = I_{\min} / \sum_{t=0}^k d_t^2$$

Oleh karena galat terkwadrat rata-rata tersebut masih dapat mencapai 100%, maka perlu dicari galat terkwadrat minimum yang optimum. Metode yang dipergunakan adalah dengan mengatur posisi waktu "wavelet" yang diinginkan terhadap "wavelet" masukannya. Dengan pengaturan posisi waktunya, maka terdapat beberapa kasus sebagai berikut :

Kasus 1 :

Bila koefisien akhir dari wavelet keluaran yang diinginkan d_k mendahului waktu koefisien pertama b_0 dari "wavelet" masukan. Untuk kasus ini seluruh koefisien "wavelet" keluaran yang diinginkan merupakan galat yang tak dapat dijabarkan lagi.

Kasus 2 :

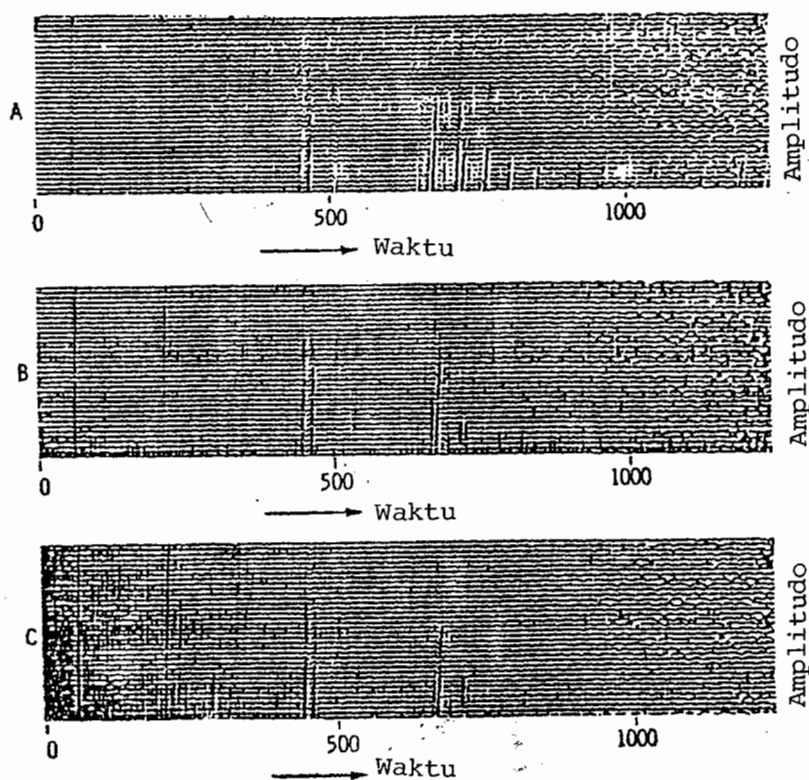
Bila koefisien d_k terjadi bersamaan waktu dengan koefisien pertama b_0 . Pada kasus ini, koefisien pertama c_0 dari "wavelet" keluaran yang sebenarnya dapat mendekati d_k . Sehingga tinggal koefisien d_0, d_1, \dots, d_{k-1} yang galatnya tidak dapat dijabarkan lagi.

Kasus 3 :

Bila koefisien d_k terjadi bersamaan waktu dengan koefisien kedua b_1 . Pada kasus ini koefisien c_0 , c_1 dari "wavelet" keluaran yang sebenarnya dapat mendekati koefisien d_{k-1} , d_k dari "wavelet" keluaran yang diinginkan. Dan tinggal d_0 , d_1 , ..., d_{k-2} yang galatnya tidak dapat dijabarkan lagi.

Demikian seterusnya kasus tersebut berlanjut hingga kasus ke $m+n+k+1$.

Dari masing-masing kasus hingga kasus yang terakhir, dilakukan komputasi untuk mencari galat terkwadrat minimum yang optimum. Saat galat minimum yang optimum inilah yang digunakan untuk menentukan posisi waktu dari "wavelet" yang diinginkan. Akhirnya koefisien tapis pembentuk dengan galat terkwadrat minimum yang optimum dapat diperoleh, dan "wavelet" keluaran yang sebenarnya juga didapatkan. Gambar 3. salah satu contoh hasil penapisan.



Gambar 3. Wavelet masukan (a), wavelet hasil penapisan (b & c).

KESIMPULAN

Di dalam teknik pengolahan isyarat sangat perlu adanya tapis. Karena dengan tapis inilah dapat dilakukan manipulasi gelombang isyarat. Tapis ini dapat dibuat baik untuk kawasan frekwensi maupun kawasan waktu. Pada tapis kawasan waktu, manipulasi gelombang isyarat dilakukan dengan teknik autokorelasi, korelasi silang, perkalian matriks, konvolusi dan metode rekursi untuk mendapatkan koefisien tapis pembentuknya. Penggunaan komputer digital untuk pengolahan isyarat dalam kawasan waktu sangat penting.

DAFTAR PUSTAKA

1. Bellanger Maurice, 1984, Digital Processing of Signal, John Wiley & Sons Ltd, New York.
2. Oppenheim A.V., 1978, Application of Digital Signal Processing, Prentice Hall Inc, Englewood Cliffs, New Jersey.
3. Robinson E.A., 1967, Multichannel Time Series Analysis with Computer Program, Revised Ed, Holden Day Inc, San Francisco.
4. Robinson E.A., 1967, Statistical Communication and Detection, Charles Griffin & Co Ltd., London.

```

10 DIM B(20),D(20),Y(20),X1(20),G(20),H(20),Z(20),LB(20),DB(20),A(20,20),X(20,20)
11 P(20,20),R(20,20),BN(30),BP(20,20),Q(20,20),D1(20),AN(20),ANP(20,20),AND(20,20)
12 U(20),A1(20),C1(30),C(30)
15 DIM B2(30),CB(30),E1(30),U1(30),RR(30)
20 INPUT "PANJANG WAVELET INPUT LB=";LB
30 FOR I=1 TO LB:INPUT B(I):NEXT I
40 INPUT "PANJANG WAVELET YANG DIINSINKAN LD=";LD
50 FOR I=1 TO LD:INPUT D(I):NEXT I
60 INPUT "PANJANG KOEF FILTER PEMBENTUK LA=";LA
70 LC=LA-LB-1;LCD=LC+LD-1;D2=0;FOR I=1 TO LD:D2=D2+D(I)*D(I):NEXT I
90 LB=LA-LX=LB-LY=LB;FOR I=1 TO LB:X1(I)=B(I):Y(I)=G(I):NEXT I
100 GOSUB 4000
110 I3=1;FOR J=1 TO LB:B2(I3)=G(I3);I3=I3+1:NEXT J
120 FOR I3=1 TO LCD
130     GOSUB 3000
140     LX=LC;FOR I7=1 TO LC:X1(I7)=C(I7):NEXT I7
150     FOR I8=1 TO LB:Y(I8)=R(I8):NEXT I8
160     GOSUB 4000
170     I9=1;FOR I9=1 TO LA:C9(I9)=G(I9);I9=I9+1:NEXT I9
180     FOR I7=1 TO LA:Z1=1;FOR I7=12 TO LA:A(I7,I7)=B2(Z1);A(I7,I7)=B2(Z1);Z1=Z1+1:NEXT I7:NEXT I7
190     FOR I3=1 TO LA:B1(I3)=CB(I3):NEXT I3;M=LA
200     GOSUB 5000
210     FOR I2=1 TO LA:U1(I2)=U(I2):NEXT I2
220     AG=0;FOR W1=1 TO LA:AG=AG+U1(W1)*CB(W1):NEXT W1
230     FOR I4=1 TO LA:U(I4)=U1(I4):NEXT I4
240     GOSUB 6000
250     RR(I5)=(102-AG)/102
260     RR(I5)=RR(I5)*1E+17
270     RR(I5)=INT (RR(I5))
280     RR(I5)=RR(I5)/1E+07
290 NEXT I3
300 ENIN=RR(I1);I2=0
310 B1=I2+1
320 IF I2>LCD THEN 480
330 IF RR(I2)=B4IN THEN 480
340 GOTO 420
350 I4=I2;ENIN=RR(I4)
360 GOTO 420
370 I5=I4
380 GOSUB 3000
390 END
3000 REM *****
3010 FOR J2=1 TO LC:D(J2)=0:NEXT J2
3020 IF I5=LD GOTO 3040
3030 GOTO 3100
3040 X5=I5
3050 FOR X5=LD TO 1 STEP -1
3060     C(X5)=D1(X5)
3070     IF X5=1 THEN 3160

```

```

3080 X5=X3-1
3090 NEXT K3
3100 X6=X5-L0+1
3110 FOR K6=1 TO L0
3120 C(X6)=C(K6)
3130 X6=X6+1
3140 IF X6 > L0 GOTO 3160
3150 NEXT K6
3160 REM *****
3170 RETURN
4000 FOR J=1 TO LB:LI=LY-J+1
4010 IF LZ < 1 GOTO 4060
4020 IF LY >= 1 THEN IF LI >= 1 THEN IF LZ < 1 THEN
4030 FOR I=1 TO LB:LI=J+1-I:R(I)=X1(LI+I(XI)=Y(I)):HZ=HZ+R(I)*Z(I):NEXT I
4040 B(I)=HZ
4050 GOTO 4070
4060 B(I)=0
4070 HZ=0:NEXT J
4075 REM *****
4080 RETURN
5000 K=0:C1(K)=1
5010 FOR I=1 TO M:X(I,K)=0:R(I,K)=0:NEXT I
5020 AX=0:FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO M:AX=AX+R(I,J)*X(J,K):NEXT J:AX(I)=AX:AX=0:NEXT I
5030 FOR I=1 TO M:R(I,K)=B(I)-AX(I):NEXT I
5040 C1=0:FOR I=1 TO M:C1=C1+R(I,K)*R(I,K):NEXT I
5050 L1=K+1:C1(L1)=0
5060 BR(K)=C1(L1)/C1(K)
5070 FOR I=1 TO M:R(I,K)=BR(K)*R(I,K):IF I(L1)=R(I,K)+BR(I,K):NEXT I
5080 BR=0
5090 FOR I=1 TO M:FOR J=1 TO M:AP=AP+R(I,J)*R(J,L1):NEXT J:Z(I,L1)=AP:AP=0:NEXT I
5100 PC=0:FOR I=1 TO M:PC=PC+P(I,L1)*B(I,L1):NEXT I
5110 D1(L1)=PC:R(L1)=C1(L1)/D1(L1)
5120 FOR I=1 TO M:ANP(I,L1)=AN(I,L1)*P(I,L1):X(I,L1)=X(I,K)+ANP(I,L1):NEXT I
5130 FOR I=1 TO M:AND(I,L1)=A(I,L1)*Q(I,L1):R(I,L1)=R(I,K)-AND(I,L1):NEXT I
5140 I=1
5150 I=I+1
5160 IF ABS(R(I,L1)) >= 1E-10 THEN K=K+1:GOTO 5040
5170 IF I=M THEN 5190
5180 FOR I=1 TO M:Q(I)=X(I,L1):NEXT I
5185 REM *****
5190 RETURN
6000 LC=LA-LB+1
6010 FOR I=1 TO LC:C(I)=0:NEXT I
6020 FOR J=1 TO LA:FOR K=1 TO LB:K(I)=J+1-C(I)-C(K)-C(I)*B(K):NEXT J:NEXT I
6025 REM *****
6030 RETURN
8000 LB=LA-LX+LB:L1=LB
8010 FOR I=1 TO LB:X(I)=B(I)+Y(I)-B(I):NEXT I

```

```

8020 GOSUB 4000
8030 I1=1:FOR J=1 TO LG:BB(I1)=B(I):I1=I1+1:NEXT J
8040 LX=LB:FOR I=1 TO LD:X1(I)=D(I):NEXT I:MZ=0
8050 FOR I=1 TO LB:Y(I)=B(I):NEXT I
8060 GOSUB 4000
8070 I2=1:FOR J=1 TO LG:DB(I2)=G(I):I2=I2+1:NEXT J
8080 FOR I=1 TO LA:Z=1:FOR J=1 TO LA:A(I,J)=BB(Z):A(J,I)=BB(Z):Z=Z+1:NEXT J:NEXT
      I
8090 FOR I=1 TO LG:B1(I)=DB(I):NEXT I:M=LA
8100 GOSUB 5000
8110 DD=0:FOR I=1 TO LD:DD=DD+D(I)*D(I):NEXT I
8120 AG=0:FOR I=1 TO LA:AG=AG+U(I)*DB(I):NEXT I
8130 ASE=(DD-AG)/DD
8140 GOSUB 6000
8150 RETURN

```

CONTOH HASIL PENSOLOAHAN

```

WAVELET INPUT B          = 50 -65 26 68 6 -9 -2

WAVELET YANG DIINGINKAN  = 0 0 0 .5 .8 1 .6 .5 0 0 0

KOEF FILTER PEMBENTUK    = 5.955093E-03 1.171018E-02 1.337438E-02
                          1.123234E-02 6.008897E-03

WAVELET YANG SEBENARNYA  = .2977547 .198428 .0742997 .4251308 .7768158
                          .3500642 .8950267 .3322123 -9.179094E-02 -7.654575E-02 -1.201779E-02

INDEX                    = 6

ERROR                    = .9777358 .9699547 .5526986 .9093988 .7393344
                          .311222 .1695074 .0769014 .1993108 .5177972 .7854184 .5746531 .9560602
                          .5953089 .9999644

```